Test di Verifica per il superamento degli OFA - Traccia e soluzione
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Informatiche
29 gennaio 2019

I.

1. Il numero $\sqrt{|-25|^3}$

   (a) è uguale a $-25^{\frac{3}{2}}$
   (b) è uguale a 5^3 (*)
   (c) è uguale a -5^3
   (d) non ha senso

   Sol.: $\sqrt{|-25|^3} = \sqrt{25^3} = 5^3$.

2. Il numero $\dfrac{\log_3 81^5}{\log_2 \sqrt{2}}$

   (a) è uguale a 40 (*)
   (b) è uguale a 10
   (c) è uguale a 18
   (d) non esiste

   Sol.: $\dfrac{\log_3 81^5}{\log_2 \sqrt{2}} = \dfrac{5 \log_3 3^4}{\log_2 2^{1/2}} = \dfrac{5 \cdot 4}{\frac{1}{2}} = 20 \cdot 2 = 40.$

3. Calcolare il valore della seguente espressione numerica:

$$1 - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} + 1\right) \cdot \frac{15}{7}\right] : \left(-\frac{27}{2}\right)$$

   (a) $-\dfrac{8}{7}$
   (b) 0
   (c) $\dfrac{6}{7}$ (*)
   (d) nessuna delle risposte precedenti

   Sol.: $1 - \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} + 1\right) \cdot \frac{15}{7}\right] : \left(-\frac{27}{2}\right) = 1 - \left[\frac{1}{2} - \frac{17}{15} \cdot \frac{15}{7}\right] \cdot \left(-\frac{2}{27}\right) = 1 - \left[\frac{1}{2} - \frac{17}{7}\right] \cdot \left(-\frac{2}{27}\right) = 1 - \left[-\frac{27}{14}\right] \cdot \left(-\frac{2}{27}\right) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}.$

II.

1. Si consideri l'espressione $A(x) = \dfrac{|x^5 + 3x - 14|}{x^4 + 1}$. Il valore $A(-1)$

   (a) è uguale a 7
   (b) è uguale a -8
   (c) è uguale a 9 (*)
   (d) non ha senso

   Sol.: $A(-1) = \dfrac{|(-1)^5 + 3(-1) - 14|}{(-1)^4 + 1} = \dfrac{|-1 - 3 - 14|}{1 + 1} = \dfrac{|-18|}{2} = \dfrac{18}{2} = 9.$

2. Il polinomio $P(x) = (k^2 + 1)x^3 + 4x^2 - 3$ è di grado 2

   (a) se $k = 0$
   (b) se $k = 1$
   (c) per nessun k (*)
   (d) per ogni valore di k

   Sol.: $P(x)$ è di grado 2 se $k^2 + 1 = 0$, ovvero per nessun valore di k.

3. Effettuando la divisione $(x^3 - x + 1) : (x^2 + x)$ si ottengono quoziente $q(x)$ e resto $r(x)$ pari a

   (a) $q(x) = x + 1$ e $r(x) = 1$
   (b) $q(x) = x - 1$ e $r(x) = 1$ (*)
   (c) $q(x) = x - 1$ e $r(x) = -1$
   (d) $q(x) = x + 1$ e $r(x) = -1$

Sol.:

$$\begin{array}{llll} x^3 & \quad - x + 1 & : & \underline{x^2 + x} \\ \underline{x^3 + x^2} & & & x - 1 \\ \quad -x^2 - x + 1 & & & \\ \quad \underline{-x^2 - x \quad\quad} & & & \\ \quad\quad\quad\quad 1 & & & \end{array}$$

III. 1. L'equazione $\dfrac{2x^2 - 7x - 4}{3x - x^2 + 4} = 0$ ha come soluzione

(a) $-\dfrac{1}{2}$ (*)

(b) $-\dfrac{1}{2}$ e 4

(c) $-\dfrac{1}{2}$, 4 e -1

(d) l'insieme vuoto

Sol.: L'equazione assegnata è di tipo razionale, ed ha senso se il denominatore non si annulla. Essendo $3x - x^2 + 4 = 0$ per $x = -1, 4$, ricerchiamo le soluzioni in $\mathbb{R} \setminus \{-1, 4\}$. Le soluzioni dell'equazione assegnata si trovano annullando il numeratore:
$2x^2 - 7x - 4 = 0 \Longrightarrow x = 4, -1/2$. Per cui l'equazione assegnata ammette $x = -1/2$ come unica soluzione.

2. L'insieme delle soluzioni della disequazione $(2 - x)(x^2 + 2x + 1)(2x^2 + 3x - 2) \leq 0$ è

(a) $S = \mathbb{R}$

(b) $S = [-2, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$ (*)

(c) $S = \emptyset$

(d) $S = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Sol.: Si tratta di studiare il segno di un prodotto di tre fattori. Studiando il segno positivo di ogni fattore preso singolarmente si ha:
$2 - x \geq 0 \Longrightarrow x \leq 2$
$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e in particolare $(x + 1)^2 = 0 \Longleftrightarrow x = -1$
$2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2) \geq 0 \Longrightarrow x \leq -2 \vee x \geq 1/2$
Costruendo lo schema delle soluzioni e applicando la regola del prodotto dei segni si ottiene la soluzione (b). Si osservi che la soluzione $x = -1 \in [-2, \frac{1}{2}]$ per cui non va aggiunta.

3. Per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\begin{cases} x(x - 1) \geq 0 \\ x^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

(a) Per tutti i valori reali di x.

(b) Per $-2 < x \leq 0 \vee 1 \leq x < 2$. (*)

(c) Per nessun valore di x.

(d) Per $-2 \leq x \leq 0 \vee 1 \leq x \leq 2$.

Sol.: La prima disequazione $x(x - 1) \geq 0$ ha come soluzione $x \leq 0 \vee x \geq 2$, mentre la seconda disequazione $x^2 - 4 < 0$ ha per soluzione $-2 < x < 2$. Intersecando i due insiemi di soluzione si ottiene la soluzione del sistema assegnato, ovvero la (b).

IV. 1. Dire quale tra le seguenti frasi è una proposizione logica:

(a) Evviva la neve!

(b) Il formato di pasta spaghetti è il più gustoso in assoluto.

(c) Andiamo al cinema?

(d) Sta piovendo. (*)

Sol.: si ricorda che non sono proposizioni logiche frasi interrogative, frasi esclamative o frasi che si basano su un gusto personale.

2. Si considerino le proposizioni p: *Ho le catene a bordo* e q: *Non ho le gomme termiche.* In forma simbolica la proposizione composta *Non ho le catene a bordo e non è vero che non ho le gomme termiche* si scrive come

(a) $\overline{p} \wedge \overline{q}$ (*)
(b) $\overline{p} \vee q$
(c) $\overline{p} \vee \overline{q}$
(d) nessuna delle precedenti risposte

Sol.: le negazioni delle proposizioni p e q sono composte mediante il connettivo *et*.

3. La proposizione composta $\overline{p \vee q} \Longrightarrow p$

(a) se p è vera e q è falsa allora è falsa
(b) se p è falsa e q è vera allora è vera (*)
(c) se p è falsa e q è falsa allora è vera
(d) è sempre vera

Sol.: basta costruire la tavola di verità ricordando che

p	$\overline{p}$
V	F
F	V

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Infatti

p	q	$p \vee q$	$\overline{p \vee q}$	$\overline{p \vee q} \Longrightarrow p$
V	V	V	F	V
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	F

V. 1. Si consideri il percorso che va dal punto $P(2,3)$ al punto $R(7,0)$ passando per il punto $Q(4,4)$. Supponendo che da un punto all'altro si vada in linea retta, la lunghezza dell'intero percorso è uguale a

(a) 15
(b) $5+\sqrt{5}$ (*)
(c) $\sqrt{15}$
(d) nessuna delle risposte precedenti

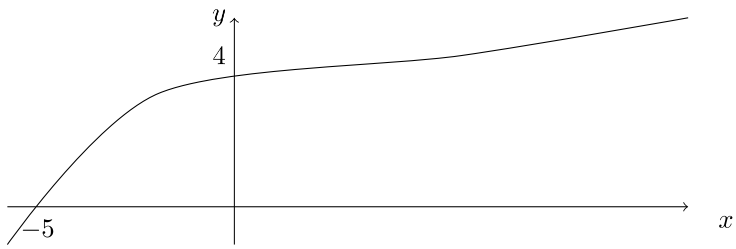
Sol.: Il percorso va da P a Q e poi da Q ad R. Si ha $\overline{PQ} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$, $\overline{QR} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$, per cui il percorso completo misura $5+\sqrt{5}$.

2. Per quale valore del parametro reale k le rette $kx - y + 1 = 0$ and $x + ky = 3$ sono parallele?

(a) per $k = 0$
(b) per $k = 1$
(c) per ogni valore di k
(d) per nessun valore di k (*)

Sol.: Ricordando che due rette sono parallele se i rispettivi coefficienti angolari m e m' sono tali che $m = m'$, si ha che le due rette non sono mai parallele. Infatti i due coefficienti angolari sono k e $-1/k$ e $k = -1/k \Longleftrightarrow k^2 = -1$, ovvero mai.

3. Il grafico in figura appartiene ad una funzione che



(a) interseca l'asse delle y nel punto $(4, 0)$

(b) è decrescente in tutto il suo dominio

(c) è positiva in tutto il suo dominio

(d) interseca l'asse delle x nel punto $(-5, 0)$ (*)

Sol.: la funzione in figura interseca l'asse delle y in $(0, 4)$, per cui la (a) è falsa. Inoltre è crescente in tutto il suo dominio, per cui la (b) è falsa. È positiva solo per $x > -5$, per cui la (c) è falsa. L'affermazione vera è la (d), infatti il grafico in figura passa per il punto $(-5, 0)$.