Test di Verifica per il superamento degli OFA - Traccia e soluzione
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Informatiche
20 dicembre 2018

I. 1. Il numero $\sqrt[5]{-(-4)^3}$

(a) è uguale a $-4^{\frac{3}{5}}$
(b) è uguale a $4^{\frac{5}{3}}$
(c) è uguale a $4^{\frac{3}{5}}$ (*)
(d) non ha senso

Sol.: $\sqrt[5]{-(-4)^3} = \sqrt[5]{-(-4^3)} = \sqrt[5]{4^3} = 4^{\frac{3}{5}}$.

2. Il numero $\log_{\frac{1}{2}} |-8| - \log_{\frac{1}{2}} |-4|$

(a) è uguale a 2
(b) è uguale a -1 (*)
(c) è uguale a $2\sqrt{3}$
(d) non esiste

Sol.: $\log_{\frac{1}{2}} |-8| - \log_{\frac{1}{2}} |-4| = \log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} 2^3 - \log_{\frac{1}{2}} 2^2 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -3-(-2) = -1$. Un altro modo era $\log_{\frac{1}{2}} |-8| - \log_{\frac{1}{2}} |-4| = \log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{8}{4} = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$.

3. Calcolare il valore della seguente espressione numerica:

$$\left(\frac{7}{3} - \frac{13}{12} + \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{20}{12}\right) : \left(-\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

(a) $-\dfrac{7}{16}$
(b) $\dfrac{7}{9}$
(c) $-\dfrac{3}{2}$
(d) $\dfrac{1}{2}$ (*)

Sol.: $\left(\frac{7}{3} - \frac{13}{12} + \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{20}{12}\right) : \left(-\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{25}{12} : \left(-\frac{20}{12}\right) : \left(-\frac{5}{4}\right) - \frac{1}{2} = \frac{25}{12} \cdot \frac{12}{20} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

II. 1. Si consideri l'espressione $E(a) = \dfrac{e^{a^3+1}}{(a^2-3a+2)^3}$. Il valore $\log_6 E(-1)$

(a) è uguale a -3 (*)
(b) è uguale a 3
(c) è uguale a 0
(d) non ha senso

Sol.: $E(-1) = \frac{e^0}{((-1)^2-3(-1)+1)^3} = \frac{1}{6^3} = 6^{-3} \Longrightarrow \log_3 E(-1) = -3$.

2. Il polinomio $Q(x) = x^3 + kx^2 + 4kx - 5$ è divisibile per $x+1$ se il parametro k è

(a) 2
(b) -2 (*)
(c) 1
(d) -1

Sol.: $Q(x)$ è divisibile per $x+1$ se $Q(-1) = 0 \Longleftrightarrow (-1)^3 + k(-1)^2 + 4k(-1) - 5 = 0 \Longleftrightarrow -1 + k - 4k - 5 = 0 \Longleftrightarrow 3k = -6 \Longleftrightarrow k = -2$.

3. Effettuando la divisione $(x^4 - 2x^2 - 1 + x) : (x^2 - 1)$ si ottengono quoziente $q(x)$ e resto $r(x)$ pari a

(a) $q(x) = x^2 + 1$ e $r(x) = x - 4$
(b) $q(x) = x^2 - 1$ e $r(x) = x - 2$ (*)
(c) $q(x) = x^2 - 3$ e $r(x) = x - 4$
(d) $q(x) = x^2 - 3$ e $r(x) = x + 1$

Sol.:

$$\begin{array}{llcl}
x^4 - 2x^2 + x - 1 & & : & \underline{x^2 - 1} \\
\underline{x^4 - x^2} & & & x^2 - 1 \\
\quad -x^2 + x - 1 & & & \\
\quad \underline{-x^2 \qquad - 1} & & & \\
\qquad\quad x - 2 & & &
\end{array}$$

III. 1. Quali tra i seguenti intervalli contiene le soluzioni dell'equazione $(x^2 - 7x + 12)(x^2 + 3x - 10) = 0$?

(a) $[-6, 3]$
(b) $[-2, 4]$
(c) $(-5, +\infty)$
(d) $(-\infty, 5)$ (*)

Sol.: Le soluzioni dell'equazione assegnata si trovano annullando ciascun fattore:
$x^2 - 7x + 12 = 0 \Longrightarrow 3, 4$
$x^2 + 3x - 10 = 0 \Longrightarrow -5, 2$
L'intervallo in elenco che le contiene tutte è $(-\infty, 5)$ (si ricorda che le parentesi tonde indicano che l'estremo è escluso, per cui $(-5, +\infty)$ non contiene la soluzione -5).

2. L'insieme delle soluzioni della disequazione $\dfrac{(x-1)^2 - (x-2)(x+2) + 1}{3 - x} \geq 0$ è

(a) $S = \mathbb{R}$
(b) $S = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ (*)
(c) $S = (3, +\infty)$
(d) $S = (-\infty, 3)$

Sol.: Si tratta di una disequazione di tipo razionale il cui segno dipende dal segno di numeratore e denominatore. Prima di tutto si osserva che il numeratore $(x-1)^2 - (x-2)(x+2) + 1 = x^2 - 2x + 1 - (x^2 - 4) + 1 = -2x + 6$. Allora
$N \geq 0 \Longrightarrow -2x + 6 \geq 0 \Longrightarrow x \leq 3$
$D > 0 \Longrightarrow 3 - x > 0 \Longrightarrow x < 3$
Costruendo lo schema delle soluzioni trovate e applicando la regola dei segni si nota che la disequazione è verificata per tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tranne che per $x = 3$.

3. Per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\begin{cases} (x-8)^3 \geq 0 \\ \\ (x-1)^4 < 0 \end{cases}$$

(a) Per tutti i valori reali di x.
(b) Per $x \neq 1$.
(c) Per nessun valore di x. (*)
(d) Per $-1 < x \leq 2$.

Sol.: osservando che $(x-1)^4 < 0$ non è verificata per alcun x (una potenza che ha per esponente un numero pari non può essere strettamente negativa) si ha che il sistema non ammette soluzione.

IV. 1. Data la proposizione *p: Tutti i fiori sono rosa*, indicare quali tra le seguenti proposizioni è una negazione corretta di *p*:

(a) Non tutti i fiori sono rosa.

(b) Tutti i fiori sono di colore diverso dal rosa.

(c) Tutti i fiori non sono rosa. (*)

(d) Nessun fiore è rosa.

Sol.: si ricorda che per negare una proposizione logica o si nega il predicato o si fa precedere la proposizione con "non è vero che".

2. Si considerino le proposizioni p: *Paolo è mio amico* e q: *Paolo è simpatico.* In forma simbolica la proposizione composta *Paolo non è mio amico ma è simpatico* si scrive come

(a) $\overline{p} \wedge q$ (*)

(b) $\overline{p} \Longrightarrow q$

(c) $\overline{p} \vee q$

(d) nessuna delle precedenti risposte

Sol.: le proposizioni $\overline{p}$: Paolo non è mio amico e q sono composte con il connettivo *et*.

3. La proposizione composta $(p \Longrightarrow q) \wedge (p \wedge \overline{q})$

(a) se p è vera e q è falsa allora è vera

(b) se p è falsa e q è vera allora è vera

(c) se p è falsa e q è falsa allora è vera

(d) è sempre falsa

Sol.: basta costruire la tavola di verità ricordando che

p	$\overline{p}$
V	F
F	V

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	p $\wedge$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Infatti

p	q	p $\Rightarrow$ q	$\overline{q}$	$p \wedge \overline{q}$	$(p \Longrightarrow q) \wedge (p \wedge \overline{q})$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

V. 1. Si chiami P il punto di intersezione fra le rette $y = 1 + 2x$ e $x = -1$ e Q il punto di intersezione tra le rette $y = 5 - x$ e $x = 2$. La distanza fra P e Q è

(a) 3

(b) 5 (*)

(c) $\sqrt{5}$

(d) $\sqrt{13}$

Sol.: $P(-1,-1), Q(2,3) \Longrightarrow \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\,.$

2. Per quale valore del parametro reale k la retta $x - 2y + k = 0$ risulta perpendicolare alla retta $3x + y - 1 = 0$?

(a) per $k = 0$

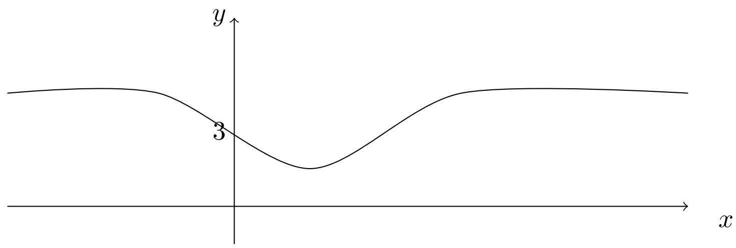
(b) per $k = 1$

(c) per ogni valore di k

(d) per nessun valore di k (*)

Sol.: Ricordando che due rette sono perpendicolari se i rispettivi coefficienti angolari m e m' sono tali che $m = -\frac{1}{m'}$, si ha che le due rette non sono mai perpendicolari, essendo i due coefficienti angolari $\frac{1}{2}$ e -3.

3. Il grafico in figura appartiene ad una funzione che



(a) interseca l'asse delle y nel punto $(3, 0)$

(b) interseca l'asse delle x nel punto $(0, 3)$

(c) è positiva in tutto il suo dominio (*)

(d) è crescente per $x < 0$

Sol.: Il grafico della funzione si trova tutto al di sopra dell'asse delle x, dunque la funzione è sempre positiva in tutto il suo dominio. Si osserva che la funzione rappresentata dal grafico interseca l'asse delle y nel punto $(0, 3)$, dunque (a) e (b) sono entrambe false.