Test di Verifica assolvimento OFA
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Informatiche
18 Dicembre 2019

I.

1. Il numero $\sqrt[5]{-(-2)^{10}}$

   (a) è uguale a $\sqrt{2}$
   (b) è uguale a -4 (*)
   (c) è uguale a $-\sqrt{2}$
   (d) è uguale a 4

   Soluzione: $\sqrt[5]{-(-2)^{10}} = -\sqrt[5]{2^{10}} = -2^{10/5} = -4$

2. Quanto vale $\log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_2 \frac{1}{8}$?

   (a) -6
   (b) 6
   (c) 0 (*)
   (d) non esiste

   Soluzione: $\log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_2 \frac{1}{8} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_2 2^{-3} = -3 + 3 = 0$

3. Calcolare il valore della seguente espressione numerica:

$$\frac{\left(\dfrac{2}{3} - 1 + \dfrac{3}{2}\right)^{-1}}{|-8| + |-5| - |-1|}$$

   (a) 1/14 (*)
   (b) 1/12
   (c) 1/28
   (d) 14

   Soluzione: $\frac{\left(\frac{2}{3}-1+\frac{3}{2}\right)^{-1}}{|-8|+|-5|-|-1|} = \frac{\left(\frac{4-6+9}{6}\right)^{-1}}{8+5-1} = \left(\frac{7}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{7}\frac{1}{12} = \frac{1}{14}$

II.

1. Si consideri l'espressione $P(a,b) = 2^{|a|-b+a^5}$. Il numero $2 \cdot P(-1,1)$ è:

   (a) 0
   (b) -1
   (c) 1 (*)
   (d) non esiste

   Soluzione: $P(-1,1) = 2^{|-1|-1+(-1)^5} = 2^{-1}$, per cui $2 \cdot P(-1,1) = 1$.

2. Il polinomio $Q(x) = (k-1)x^3 - x^2 + 28$ è divisibile per $x - 1$

   (a) se $k = 26$
   (b) se $k = -26$ (*)
   (c) se $k = -28$
   (d) se $k = 28$

   Soluzione: basta imporre che $Q(1) = 0$. Infatti $Q(1) = (k-1) - 1 + 28 = k + 26$ e $Q(1) = 0$ se e solo se $k = -26$.

3. Il polinomio $x^2(x+1) + x^2 + 2x + 1$ è divisibile per

   (a) $x^2 - x + 1$
   (b) $x^2 + x - 1$
   (c) $x^2 + x + 1$ (*)
   (d) nessuna delle risposte precedenti

Soluzione: si ha $x^2(x+1)+x^2+2x+1x^2(x+1)+(x+1)^2=(x+1)(x^2+x+1)$ per cui la risposta è la (c).

III. 1. L'insieme S delle soluzioni dell'equazione $(6x-x^2-5)(4x^2-1)=0$ è

(a) $S=\emptyset$
(b) $S=\{1,5,\pm 1/4\}$
(c) $S=\{1,5/6,\pm 1/2\}$
(d) $S=\{1,5,\pm 1/2\}$ (*)

Soluzione: il primo membro dell'equazione assegnata si annulla quando si annulla almeno uno dei due fattori di cui si compone. Da $6x-x^2-5=0$ segue che $x=1,5$ mentre da $4x^2-1=0$ segue che $x=\pm 1/2$.

2. Per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\frac{(x-5)(6-x)}{(x^2+1)^5} \le 0 \quad ?$$

(a) Per ogni $x \in [1,6]$
(b) Per ogni $x \in (-\infty,5] \cup [6,+\infty)$ (*)
(c) Per ogni $x \in (-\infty,-1) \cup [5,1) \cup [6,+\infty)$
(d) nessuna delle risposte precedenti

Soluzione: essendo il denominatore sempre positivo, basta che sia $(x-5)(6-x) \le 0$, ovvero che $x \le 5$ oppure $x \ge 6$.

3. Il sistema

$$\begin{cases} x^3-8<0 \\ 16-x^2 \ge 0 \end{cases}$$

(a) per ogni $x \in (2,4]$
(b) per ogni $x \in [-4,2)$ (*)
(c) per ogni $x \in (-\infty,-4]$
(d) per ogni $x \in [4,+\infty)$

Soluzione: $x^3-8<0 \Longrightarrow x<2$ mentre $16-x^2 \ge 0 \Longrightarrow -4 \le x \le 4$. La soluzione del sistema si ottiene intersecando.

IV 1. Quale tra le seguenti proposizioni è una proposizione logica

(a) Oggi soffia un vento freddissimo.
(b) Quanti anni hai?
(c) Oggi ci sono 12 gradi. (*)
(d) Fermati!

Soluzione: Non sono proposizioni logiche le frasi interrogative, esclamative e quelle che esprimono giudizi soggettivi.

2. Siano p: *Carla ha i capelli ricci* e q: *Carla ha i capelli neri.* La proposizione logica $p \vee q$ è falsa se

(a) Carla ha i capelli lisci e neri
(b) Carla ha i capelli ricci e biondi
(c) Carla ha i capelli ricci e neri.
(d) Carla ha i capelli lisci e biondi. (*)

Soluzione: il connettivo $\vee$ (OR) rende falsa la composizione di due proposizioni false, mentre è vera in tutti gli altri casi.

3. La proposizione logica $\overline{q} \Longrightarrow p$
   (a) è falsa se p e q sono vere
   (b) è vera se p e q sono false
   (c) è falsa se p è falsa e q è vera
   (d) è vera se q è falsa e p è vera (*)

   Soluzione: basta confrontare le affermazioni con la tavola di verità

p	q	$\overline{q}$	$\overline{q} \Rightarrow p$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	F

V. 1. Perimetro P ed area A del triangolo di vertici $A = (1, 1)$, $B = (4, 1)$ e $C = (4, 5)$ sono uguali a

   (a) $P = 12$ e $A = 6$ (*)
   (b) $P = (9 + \sqrt{41})$ e $A = 10$
   (c) $P = (8 + \sqrt{34})$ e $A = 8$
   (d) nessuna delle risposte precedenti

   Soluzione: $|\overline{AB}| = 4 - 1 = 3$, $|\overline{BC}| = 5 - 1 = 4$, $|\overline{AC}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, per cui $P = 3 + 4 + 5 = 12$ e $A = (3 \cdot 4) : 2 = 6$.

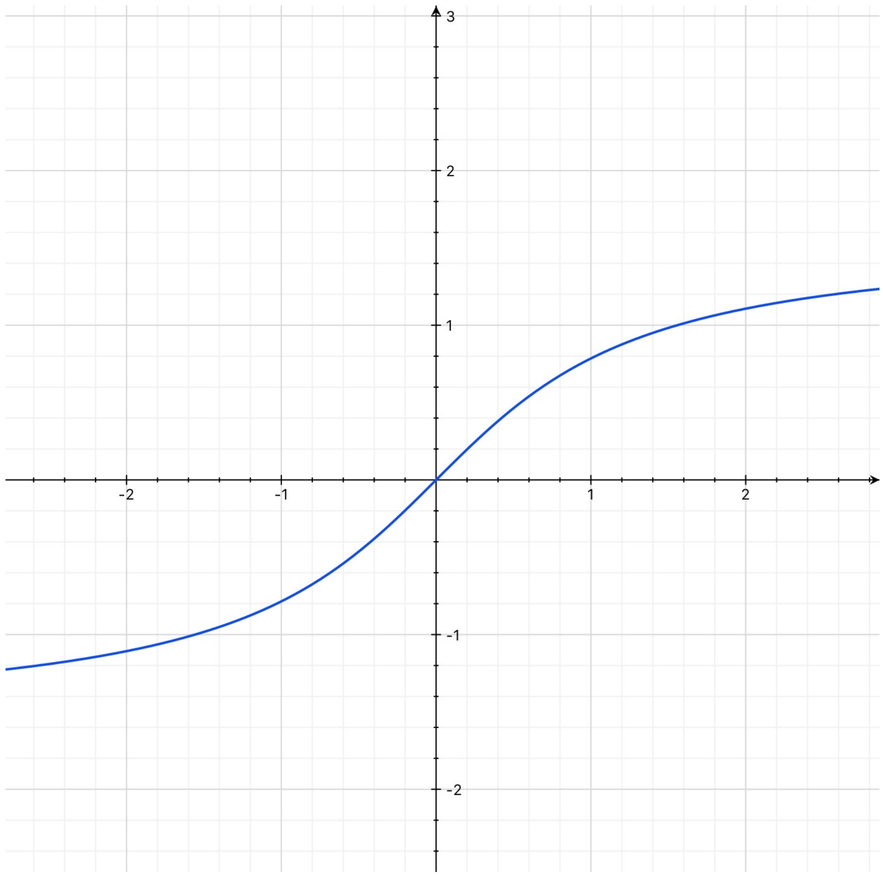
2. Le rette $3y - x = 1$ e $y = mx$
   (a) sono parallele se $m = 3$
   (b) sono perpendicolari se $m = -\dfrac{1}{3}$
   (c) sono incidenti se $m = 5$ (*)
   (d) sono coincidenti $m = \dfrac{1}{3}$

   Soluzione: la retta $3y - x = 1 \Longleftrightarrow y = \dfrac{1}{3}x + 1$ ha coefficiente angolare $\dfrac{1}{3}$. Ricordando che

   - due rette si dicono parallele se hanno lo stesso coefficiente angolare
   - due rette si dicono coincidenti se sono parallele e se le equazioni che le rappresentano sono equivalenti
   - due rette sono perpendicolari se il coefficiente angolare dell'una è l'opposto del reciproco dell'altra

   le affermazioni (a), (b) e (d) sono false, mentre la (c) è vera in quanto due rette che non sono parallele sono sicuramente incidenti in un determinato punto.

3. Il grafico in figura appartiene ad una funzione
   (a) positiva in tutto il suo dominio;
   (b) pari;
   (c) che non interseca gli assi cartesiani;
   (d) crescente in tutto il suo dominio. (*)



Soluzione: (a) falsa in quanto la funzione è definita su tutto $\mathbb{R}$ ma è positiva solo in $[0, +\infty)$; (b) falsa in quanto la funzione non presenta una simmetria rispetto all'asse delle y; (c) falsa in quanto il grafico passa per il punto $(0, 0)$. La (d) è vera in quanto al crescere dei valori della variabile x il valore della funzione aumenta.